

## پیچیدگی الگوریتم ها

منظور از پیچیدگی زمان یک الگوریتم چیست؟ توضیح دهید.

یک الگوریتم بازگشتی برای محاسبه بزرگترین عنصر در یک آرایه به نام A با n عنصر ارائه کنید. زمان اجرا و میزان فضای مصرفی الگوریتم خود را بدست آورید

تعداد خطوط اجرایی تابع زیر را محاسبه کنید.

```
void f(int m,int n)
{
    int i,j;
    for (i=0;i<m;i++)
        for (j=0;j<n;j++)
            printf("%d",i*j);
}
```

به ازای هر تابع  $f(n)$  و زمان  $t$  در جدول زیر حداکثر مقدار  $n$  برای مساله را که می توان در زمان  $t$  حل کرد را بیابید. فرض کنید الگوریتم برای اجرای مساله زمان  $f(n)$  میکروثانیه را مصرف می کند. توجه کنید که  $\log(n)$  لگاریتم عدد  $n$  در مبنای 2 را نشان می دهد.

1 قرن	1 ماه	1 ساعت	1 ثانیه	
			$\cong 10^{300000}$	$\text{Log}(n)$
				$n^{1/2}$
				$n$
				$n \log(n)$
				$n^2$
				$n^3$
				$2^n$
		12		$n!$

فرض کنید  $f(n)=O(h(n))$  ,  $g(n)=O(h(n))$  آیا؟

$$f(n)+g(n)=O(h(n)) \quad -1$$

$$f(n).g(n) = O(h(n)) \quad -2$$

توضیح دهید.

ثابت کنید:

1. اگر اعداد حقیقی باشند به طوری که  $0 < x < y$  آنگاه  $n^x$  از مرتبه

$O(n^y)$  است ولی  $n^y$  از مرتبه  $O(n^x)$  نمی باشد.

2. زمانهای لگاریتمی وابسته به مبنای انتخاب شده برای لگاریتم نیستند. یعنی:

$$\forall a>0, b>0 \Rightarrow \text{Log}_a(n) = O(\text{Log}_b(n))$$

تابع بازگشتی زیر را حل کنید.

$$T(n)=T(n/2)+1 \quad , \quad T(1)=1$$

به فرض اینکه  $n$  توانی از 2 است.

## آرایه ها

در یک آرایه چهار بعدی که تعریف آن به صورت `int A[10][5][4][6]` می باشد. اگر آدرس اولین عنصر آرایه برابر 210 باشد مطلوبست محاسبه آدرس عنصر `A[5][2][3][4]`

ماتریس اسپارس را تعریف کنید.

دو روش برای ذخیره چند جمله ای ها وجود دارد.

الف - هر یک را بیان کنید و به طور کامل شرح دهید.

ب - معایب و مزایای هر یک از روش ها را بیان کنید.

ت - ساختار های مورد نیاز برای پیاده سازی هر یک از روشها را در زبان C بنویسید.

اندازه حافظه مصرفی ساختار زیر چند بایت می باشد؟

```
struct s{
    int id;
    float mark;
    union
        d{
            char child;
            int data
        };
    union
        f{
            int p;
            char date[8];
        };
};
```

الف (	19	بایت
ب)	17	بایت
ج)	14	بایت
د)	16	بایت

تابع `strcmp` به فرم `int strcmp(char *s, char *t);` که دورشته را باهم مقایسه میکند را به زبان C بنویسید.

آرایه  $A[n][n]$  موجود است. تابع محاسبه ترانهاده آنرا بنویسید. جدول شمارش اجرای تابع نوشته خود را رسم کنید.

## صف و پشته

پشته پیوندی را به طور کامل پیاده سازی نمایید.

دلیل خالی ماندن یک عنصر از آرایه در یک صف حلقوی چیست.

عبارت infix زیر را به PostFix و Prefix تبدیل کنید  
 $a+b/d+(x/y*k)*(c*(z+m))$

توابع **isFull** (خالی بودن صف) را برای یک صف حلقوی را بنویسید؟

تابع **Push** برای اضافه کردن یک عنصر به پشته پیوندی را بنویسید.

نشانه گذاری **postfix** را برای عبارت زیر بنویسید؟ وضعیت پشته را در هر مرحله نشان دهید.

$(a+b)*d+e/(f+a*d)+c$

فرض کنید به **stack** ,  $n=6$  خانه حافظه اختصاص داده ایم, در ابتدا **stack** خالی است. خروجی قطعه برنامه زیر را مشخص نمایید.

```
A=2;    B=5;
Push(stack,a)
Push(stack,b+10)
Push(stack,3)
Push(stack,a-b)
Push (stack,a+b)
while (top<>-1)
{
    item=pop(stack);
    Printf("%d",item);
}
```

عبارت زیر را با استفاده از پشته ارزشیابی کنید. وضعیت پشته را در هر مرحله نشان دهید.

$$5 \ 6 \ * \ 4 \ + \ 3 \ 9 \ + \ *$$

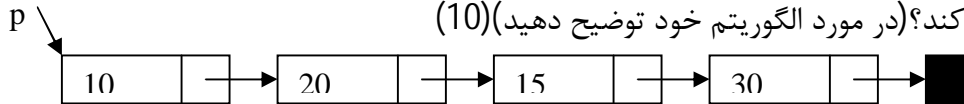
## لیست پیوندی

عملیات درج یک گره بعد از یک گره P در یک لیست دو پیوندی را بنویسید.

تابعی به زبان C بنویسید که یک لیست یکطرفه که شروع آن در t ذخیره شده است را به انتهای یک لیست یکطرفه دیگر که شروع آن با s مشخص شده است اضافه کند. (10)

```
void join( struct list *s, struct list * t)
{
    ???
}
```

یک تابع به زبان C بنویسید که محتویات یک لیست پیوندی یکطرفه را به صورت معکوس چاپ کند؟ (در مورد الگوریتم خود توضیح دهید) (10)



خروجی (از چپ به راست) : 30 15 20 10

تابعی بنویسید که جهت اشاره گرها در یک لیست پیوندی یک طرفه عوض کند.

یک پشته را می توان با استفاده از یک لیست پیونده یکطرفه پیاده سازی نمود. در این پشته top اشاره گری است که آدرس گره بالای پشته را نشان می دهد. توابع push و pop در این پشته را پیاده سازی نمایید.

## درخت

ثابت کنید حداکثر تعداد گره ها در یک درخت دودویی به عمق  $k$  برابر  $2^k - 1$  است.

ثابت کنید در یک درخت دودویی غیر تهی  $T$ ، اگر  $n_0$  تعداد گره ها از درجه صفر (برگها) باشد و  $n_2$  تعداد گره ها از درجه 2 باشد آنگاه رابطه زیر برقرار است؟

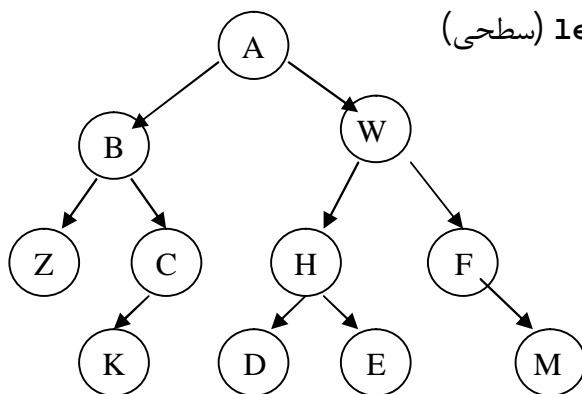
$$n_0 = n_2 + 1$$

درخت روبرو مفروض است؟ مطلوبست :

الف) پیمایش **postorder** (پسوندی)

ب) پیمایش **inorder** (میانوندی)

ج) پیمایش **level-order** (سطحی)



کلید های زیر از چپ به راست به یک درخت جستجوی دودویی اضافه می شود. (در ابتدا درخت تهی است)

50 , 35 , 80 , 40 , 25 , 75 , 32 , 96

الف- درخت را بعد از درج هر یک از کلید ها رسم کنید.

ب- در درخت نهایی پیمایش **inorder** را بنویسید.

- ج- در درخت نهایی پیمایش Preorder را بنویسید.  
 د- در درخت نهایی پیمایش levelorder را بنویسید.

یک درخت دودویی را در یک آرایه به صورت زیر ذخیره شده است، این درخت را ترسیم کنید. (10)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
B	D	E	-	C	F	-	Z	I	W	H	K	-	Y	-	M	N

تابعی بنویسید که با استفاده از آن بتوان تعداد گره های برگ یک درخت دودویی را مشخص نمود. زمان اجرایی این تابع چقدر است؟

در یک درخت دودویی پر به عمق 5، تعداد گره ها از درجه دو را به دست آورید.

مدل غیر بازگشتی الگوریتم درج یک گره در یک درخت دودویی جستجو را بنویسید.

درخت max-heap را تعریف کنید.

فرض کنید که یک درخت جستجو 100000 کلید را ذخیره کرده است. کدام گزینه بدترین

حالت را برای ارتفاع درخت T ممکن است بسازد.

1- T یک درخت قرمز-مشکی باشد.

2- T یک درخت AVL باشد.

3- T یک درخت 2-3-4 باشد.

4- T یک درخت جستجوی دودویی باشد.

یک شرکت مخابراتی دارای 256 میلیون مشتری است. فرهنگ تلفن این شرکت بدلیل حجیم بودن آن قابل چاپ شدن نیست و در صورت چاپ شدن گران و غیر قابل استفاده است. برای حل این مشکل این شرکت تصمیم به ذخیره سازی و ارائه یک سیستم کامپیوتری آنلاین نمود و مهندسین نرم افزار آن سعی در طراحی یک ساختمان داده مناسب برای ذخیره اطلاعات مشتریان می باشند. فرض کنید که کامپیوتر این شرکت می تواند عمل مقایسه دو نام را در زمان یک میکرو ثانیه انجام دهد.

1. یکی از مهندسین پیشنهاد استفاده از یک لیست پیوندی مرتب نشده را داده است. با این پیاده سازی تخمینی از بهترین و بدترین حالت برای عملیات درج و جستجو ارائه کنید.
2. یک مهندس دیگر پیشنهاد استفاده از درخت AVL را داده است. با این پیاده سازی تخمینی از بهترین و بدترین حالت برای عملیات درج و جستجو ارائه کنید.
3. مهندس سوم پیشنهاد استفاده از آرایه مرتب شده را داده است. آیا این پیشنهاد مناسبی است؟

به طور خلاصه صحیح یا غلط بودن جملات زیر را مشخص نمایید.

- در یک Heap، تفاوت ارتفاع گره های زیر درخت چپ و راست حداکثر یک است.
- بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم مرتب سازی حبابی  $O(n)$  است.
- در بهترین حالت زمان اجرای الگوریتم mergesort عبارت است از  $O(n)$ .
- در بدترین حالت پیچیدگی زمانی الگوریتم مرتب سازی سریع،  $O(n^2)$  است.
- در بدترین حالت درج در درخت AVL از مرتبه  $O(n)$  می باشد.