

بنام خدا

ساختمان داده‌ها

رحمت قاسمی

ghasemi@iauneka.ac.ir

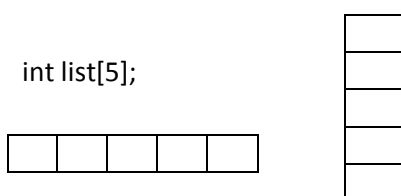
نکوهش مکن چرخ نیلوفری را برون کن ز سر باد خیره سری را
درخت تو گر بار دانش بگیرد به زیر آوری چرخ نیلوفری را

ساختمان داده چیست؟

ساختمان داده روشی برای ذخیره سازی و چینه داده ها و اطلاعات در حافظه کامپیوتر است به نحوی که به طور موثر تری بتوانیم عمل پردازش روی داده ها را انجام دهیم. یعنی از حافظه و پردازش گر به صورت بهینه استفاده شود. غالباً انتخاب یک ساختمان داده موجب ایجاد الگوریتم های متناسب با آن خواهد شد که این دو در کنار هم موجب افزایش سرعت انجام یک وظیفه یا کاهش مصرف حافظه برای پردازش داده می شود. از ساختمان داده های بنیادین می توان به آرایه و لیست پیوندی اشاره کرد. مثالهای دیگری از ساختمان داده می تواند رشته، صف، پشته، درخت، گراف باشد.

آرایه:

تعریف: لیستی از عناصر هم نوع است که در خانه های پشت سر هم حافظه ذخیره شده اند. هر عنصر آرایه توسط نام آرایه و یک اندیس عددی قابل دسترسی است. آرایه یکی از مهمترین ساختمان داده ها می باشد، که از آن می توان برای ایجاد ساختمان داده های دیگر مانند پشته، صف و درخت استفاده نمود. بنابراین مطالعه و بررسی آرایه و نحوه ذخیره سازی آن در حافظه مهم و اجتناب ناپذیر می باشد. عملیات مختلفی روی آرایه می توان انجام داد که می تواند شامل ایجاد آرایه، درج در آرایه، حذف از آرایه و جستجو باشد.



اگر a آدرس اولین عنصر یک آرایه یک بعدی باشد آنگاه آدرس i امین عنصر در آرایه یک بعدی از فرمول زیر محاسبه می شود:

$$\text{(نوع آرایه)} \quad a + i * \text{sizeof} \\ \text{فرض } a = 210 \quad \text{list}[3] \text{ آدرس} = 210 + 3 * \text{sizeof}(\text{int}) \\ = 210 + 3 * 2 = 216$$

آرایه چند بعدی: یک آرایه می تواند به صورت چند بعدی تعریف شود در این صورت تعداد عناصر آرایه از فرمول زیر محاسبه می شود.

$$\text{تعداد عناصر آرایه} = \prod_{i=0}^{n-1} u_i$$

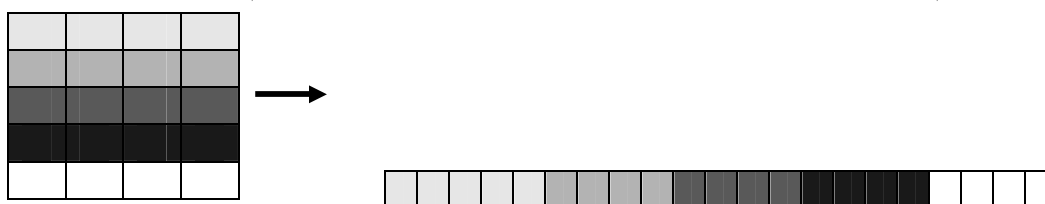
که u_i مشخص کننده بعد i ام آرایه می باشد.

مثال: تعداد عناصر آرایه $a[10][5][6]$ برابر است با $10*5*6=300$ همانطور که می دانیم حافظه اصلی کامپیوتر یک آرایه یک بعدی بسیار بزرگ است. اما مساله این است که چگونه یک آرایه چند بعدی (مثلا یک آرایه دو بعدی یا سه بعدی) را در حافظه ذخیره کنیم. زبانهای برنامه سازی این کار را به دو روش انجام می دهند، که عبارتند از:

1- روش سطری

2- روش ستونی

فرض کنیم یک آرایه با 5 سطر و 4 ستون (مثلا $\text{int } A[5][6]$) را داشته باشیم.



اگر در یک آرایه دوبعدی به صورت $a[u0][u1]$ آدرس خانه $a[0][0]$ برابر با a باشد آنگاه آدرس $a[i][0]$ عبارتست از:

$$\text{آدرس}(a[i][0]) = a + i * u_1$$

$$\text{آدرس}(a[i][j]) = a + i * u_1 + j$$

در مثال ما اگر آدرس خانه $a[0][0]$ برابر با 210 باشد آنگاه آدرس خانه $a[2][3]$ را بدست آورید نوع آرایه را از نوع char فرض کنید.

Char $a[5][4]$

$$\text{آدرس}(a[2][3]) = 210 + 2 * 4 + 3 = 221$$

اگر نوع آرایه متفاوت باشد یعنی int یا float و ... باشد.

$$\text{نوع آرایه}(a[i][j]) = a + (i * u_1 + j) * \text{sizeof}$$

در آرایه سه بعدی:

$$\text{آدرس } a[i][j][k] = a + (i * u_1 + u_2) + j * u_2 + k$$

اگر نوع آرایه متفاوت باشد:

$$\text{آدرس } a[i][j][k] = a + (i * u_1 + u_2 + k) * \text{sizeof}(\text{نوع آرایه})$$

به طور کلی در آرایه چندبعدی $A[u_0][u_1] \dots [u_{n-1}]$:

$$(A[i_0][i_1] \dots [i_{n-1}]) = a + \left(\sum_{j=0}^{n-1} i_j b_j \right) * \text{sizeof}(\text{ArrayType})$$

$$b_j = \prod_{k=j+1}^{n-1} u_k \quad 0 \leq j < n-1$$

$$b_{n-1} = 1$$

مثال: در آرایه چهاربعدی اگر $A[10][5][4][6]$ باشد از نوع int ، $a = 210$ موجود است مطلوب است محاسبه آدرس $A[5][2][3][4]$ (روش ذخیره سازی سطری است)

$$i_0 = 5 \quad u_0 = 10 \quad j = 0 \rightarrow b_0 = \prod_{k=1}^{n-1} u_k = 5 \times 4 \times 6 = 120$$

$$i_1 = 2 \quad u_1 = 5 \quad j = 1 \rightarrow b_1 = \prod_{k=2}^{n-1} u_k = 4 \times 6 = 24$$

$$i_2 = 3 \quad u_2 = 4 \quad j = 2 \rightarrow b_2 = \prod_{k=3}^{n-1} u_k = 6$$

$$i_3 = 4 \quad u_3 = 6 \quad j = 3 \rightarrow b_3 = 1$$

| j | u_j | i_j | b_j | $i_j * b_j$ |
|-----|-------|-------|-------------------|-----------------|
| 0 | 10 | 5 | $5 * 4 * 6 = 120$ | $5 * 120 = 600$ |
| 1 | 5 | 2 | $4 * 6 = 24$ | $2 * 24 = 48$ |
| 2 | 4 | 3 | 6 | $3 * 6 = 18$ |
| 3 | 6 | 4 | 1 | $4 * 1 = 4$ |
| SUM | | | | 670 |

$$p = a + \left(\sum_{j=0}^{n-1} i_j b_j\right) * \text{sizeof}(\text{int})$$

$$\Rightarrow p = 210 + (5 \times 120 + 2 \times 24 + 3 \times 6 + 4 \times 1) * \text{sizeof}(\text{int})$$

$$p = 210 + (600 + 48 + 18 + 4) \times 2 = 1550$$

تمرین: در مثال قبل آدرس عنصر در روش ستونی ذخیره سازی چند است؟

ساختمان struct :

ساختمان یا مجموعه ای از ارقام داده ها می باشد، به هر قلم داده فیلد نیز می گوئیم که به وسیله نام و نوع داده مشخص می شود. جهت تعریف ساختمان در زبان C از کلمه کلیدی struct استفاده می کنیم. مثلاً ساختمان یا Record مربوط به یک شخص می تواند به صورت زیر تعریف شود:

```
struct person {
    char name [20]; // نام
    int age; // سن
    float salary ; // حقوق
} person;
```

در تعریف ساختمان person سه فیلد وجود دارد، name که یک رشته کاراکتری به طول 20 بایت، age که یک عدد صحیح از نوع int است و salary که از نوع float است. اگر بخواهیم اطلاعات فردی یک نفر را ذخیره نماییم می توانیم از ساختار فوق استفاده کنیم و تغییری از نوع person تعریف کنیم.

یعنی:

```
struct person person1;
```

یا می توانی برای ذخیره اطلاعات تعدادی از افراد مثلاً اطلاعات 20 نفر از یک آرایه استفاده کنیم و می نویسیم:

```
struct person persons[20];
```

در زبان C این امکان وجود دارد که با کلمه کلیدی **typedef** یک نوع داده جدید معرفی کنیم، بنابراین می توانیم مثلا یک نوع داده جدید مثلا TPerson از روی ساختمان person تعریف کنیم.

```
typedef struct person TPerson;
```

بنابراین میتوانیم تعریف های فوق را بازنویسی نماییم و بنویسیم:

```
TPerson person1;  
TPerson persons[20];
```

*میزان حافظه مصرفی در یک ساختمان برابر است با مجموع حافظه مصرفی فیلدهای آن .
در مثال فوق ساختمان person 26 بایت حافظه را مصرف میکند (20 تا برای نام ، 2 تا برای سن ، 4 تا برای حقوق)

*ترتیب قرار گرفتن عناصر ساختمان در حافظه در زبان C به صورت پشت سرهم می باشد.
عناصر ساختار میتوانند خود یک ساختار باشند، یا یک اشاره گر به یک ساختمان داده دیگر یا همان ساختار باشند. به ساختمانی که در خود یک فیلد اشاره گری از نوع خود ساختار داشته باشد، ساختار خود ارجاعی می گوئیم. از این نوع ساختار ها برای ایجاد ساختمان داده های پویا مانند لیست پیوندی، درخت و ... استفاده می شود.
در زیر مجددا تعریف ساختمان person را مشاهده می کنید، که در آن از یک فیلد اشاره گری به نام next استفاده شده است.

```
struct person {  
    char name [20]; // نام  
    int age; // سن  
    foat salary ; // حقوق  
    struct person * next;  
};
```

تعداد فیلد های اشاره گر می تواند بیشتر هم باشد که بستگی به نوع ساختمان داده تعریف شده دارد. مثلا در لیست دو پیوندی، در هر گره لیست از دو اشاره گر برای ذخیره آدرس گره بعدی و گره قبلی استفاده شده است.

union : محلی از حافظه است که توسط دو یا چند متغیر به طور اشتراکی مورد استفاده قرار میگیرد.

```
union {
    int i;
    char ch;
    float y;
};
```

*میزان حافظه مصرفی **union** برابر با میزان حافظه مصرفی بزرگترین فیلد آن است .

در مثال فوق **union** 4 بایت حافظه مصرف کرده است .

مثال : استفاده از **union**

```
struct shape{
    int type;
    int x;
    int y;
    union u {
        int radius;
        int lenth;
    } u;
};
```

```
struct shape s1,s2;
```

```
s1.type=0;
s1.x=10;s1.y=20;
s1.u.radius=100;
```

```
s2.type=1;
s2.x=15;
s2.y=18;
s2.u.lenth=50;
```

تحلیل نحوه اجرای یک برنامه

از دو جنبه برنامه هارامورد تحلیل قرار میدهم :

1- از لحاظ میزان مصرف حافظه

2- از لحاظ پیچیدگی زمان (یعنی مقدار زمانی که برای اجرای کامل برنامه لازم است)

میزان حافظه مصرفی از دو جنبه مورد بررسی قرار می گیرد:

1- فضای ثابت : شامل فضای دستورالعملها برای ذخیره که برنامه فضای لازم برای

متغیرهای ساده ،متغیرهای ساختاری با اندازه ثابت و ثابت ها

2- پیچیدگی فضای متغیر : شامل فضای مورد نیاز برای متغیرهای ساخت یافته مانند آرایه

پویا فضای اضافی برای توابع بازگشتی

نیازمندیهای فضای کل هر برنامه بصورت زیر بیان می شود:

$$S(P)=C+SP(I)$$

که c نشان دهنده نیازمندی فضای ثابت است و $SP(I)$ نشان دهنده نیازمندی های فضای

متغیر می باشد.

مثال

```
float sum(float a,float b,float c)
{
    return a+b+c;
}
```

زیر برنامه sum که مجموع سه عدد را محاسبه میکند. نیازمندی متغیر ندارد و نیازمندی

ثابت آن a,b,c و مقدار بازگشتی هستند که هر کدام 4بایت حافظه مصرف می کنند و در مجموع

16 بایت که نیازمند فضای ثابت برای حافظه 16 بایت می باشد (البته بدون در نظر گرفتن فضای لازم برای کد برنامه).

مثال : مجموع لیستی از اعداد به صورت غیر بازگشتی.

```
float sum(float list[ ],int n)
{
    float temp=0;
    int i;
    for(i=0;i<n;i++)
        temp+=list[i];
    return temp;
}
```

نیازمندی فضای متغیر ندارد.

در زبان C مقادیر آرایه به تابع ارسال نمی شود بلکه آدرس شروع آرایه به تابع ارسال می شود، بنابراین متغیر list در تابع فوق 2 بایت مصرف حافظه دارد. ولی در زبان پاسکال آرایه به صورت مقدار منتقل می شود.

مثال : جمع لیستی از اعداد به صورت بازگشتی

```
float rsum( float list[], int n)
{
    if (n<0) return rsum(list,n-1)+list[n-1];
    return 0;
}
```

در این برنامه نیازمندی فضای متغیر داریم (به خاطر استفاده از پشته در فراخوانیها) نتیجه : باتوجه به اینکه توابع بازگشتی الگوریتم رادراکثر موارد ساده ترمی سازد ولی میزان حافظه مصرفی را بیشتر میکند.

ب - پیچیدگی زمان : منظور از پیچیدگی زمان، زمان لازم برای اجرای کامل برنامه است که عبارتند از:

مجموع زمان کمپایل + زمان اجرای برنامه

* زمان کمپایل رامی توان نادیده گرفت (چون یک زمان ثابتی است).

یک روش برای بدست آوردن زمان اجرای برنامه استفاده از زمان سنج ماشین است. در استفاده از زمانسنج ماشین، قبل و بعد از اجرای الگوریتم زمان را ذخیره کرده و تفاوت این دو زمان، زمان اجرای الگوریتم را نشان می دهد.

```
t1=clock();
    algorithm();
t2=clock();
t=t2-t1;
```

روش دیگر شمارش تعداد خطوط اجرایی برنامه باشد که به نوبه خود می تواند تخمینی از زمان اجرای برنامه باشد.

مثال : شمارش تعداد خطوط اجرایی تابع جمع لیستی از اعداد:

| | S/e | F | Total |
|----------------------------------|-----|-----|-------|
| float sum(float list[], int n) { | 0 | 0 | 0 |
| float temp=0; | 1 | 1 | 1 |
| int i; | 0 | 0 | 0 |
| for (i=0; i<n ; i++) | 1 | N+1 | N+1 |
| temp+=list[i]; | 1 | N | N |
| return temp; | 1 | 1 | 1 |
| } | | | 2n+3 |

مثال :شمارش تعداد خطوط اجرایی تابع جمع لیستی از اعداد به روش بازگشتی

| | s/e | F | Total |
|----------------------------------|-----|-----|-------|
| float rsum(float list[],int n) { | 0 | 0 | 0 |
| if(n>0) | 1 | n+1 | n+1 |
| return list[n-1]+rsum(list,n-1); | 1 | N | N |
| else return 0; | 1 | 1 | 1 |
| } | | | 2n+2 |

مثال : شمارش تعداد خطوط اجرایی تابع محاسبه جمع دو ماتریس B,A (m در n).

| m , n are predefined as constants; | S/e | F | Total |
|--|-----|--------|----------|
| float sum(float a[m][n],float b[m][n] int c[m][n]) | 0 | 0 | 0 |
| int i,j; | 0 | 0 | 0 |
| for(i=0;i<m;i++) | 1 | m+1 | m+1 |
| for(j=0; j<n; j++) | 1 | m(n+1) | m(n+1) |
| c[i][j]=a[i][j]+b[i][j] | 1 | m.n | m.n |
| } | | | 2mn+2m+1 |

تمرین: تعداد خطوط اجرایی تابع ترانهاده ماتریس $A_{n \times n}$ را محاسبه کنید.

```
void transpose ( int a[n][n] )
{
    for(i=1; i < n ; i++)
        for(j=0; j<i; j++) {
            swap(a[i][j],a[j][i]);
        }
}
```

روش سوم، محاسبه مرتبه زمانی الگوریتمی باشد. (O, q, Ω)

نماد O بزرگ : فرض کنید f یک الگوریتم و n تعداد داده های ورودی می باشد. واضح است که پیچیدگی الگوریتم f با زیاد شدن تعداد داده های ورودی n افزایش می یابد.
 تعریف : فرض کنید $f(n), g(n)$ دوتابعی باشند که بر روی اعداد صحیح مثبت تعریف شده و دارای این خاصیت هستند که $f(n)$ به ازاء تمام مقادیر n توسط مضربی از $g(n)$ محدود شده است. یاباه عبارتی عدد صحیح مثبت n_0 و عدد مثبت c وجود دارد به گونه ای که :

$$\exists n_0, c \forall n > n_0 \quad f(n) \leq cg(n)$$

در آن صورت می توان نوشت $f(n) = O(g(n))$

یعنی $f(n)$ از مرتبه $g(n)$ می باشد.

قضیه: برای چند جمله $f(n)$ از درجه m می توان نوشت $f(n) = O(n^m)$

$$f(n) = a_m n^m + a_{m-1} n^{m-1} + \dots + a_1 n^1 + a_0 = \sum_{i=0}^m a_i n^i \leq \sum_{i=0}^m |a_i| n^i$$

$$\leq n^m \sum |a_i| \frac{n^i}{n^m} \leq n^m \sum |a_i| n^{i-m} \leq c n^m \Rightarrow f(n) = O(n^m)$$

پیچیدگی اجرای چندالگوریتم معروف :

جستجوی خطی : در بهترین حالت پیچیدگی زمان آن $O(1)$ است و در بدترین حالت $O(n)$

جستجوی دودویی : پیچیدگی زمان در $O(\log n)$ بدست می آید.

مرتب سازی حبابی : پیچیدگی زمان $O(n^2)$

مرتب سازی بادغام : پیچیدگی زمان $O(n \log n)$.

اگر بتوان الگوریتمی نوشت که مرتبه اجرایی آن $O(1)$ باشد آنگاه زمان اجرای الگوریتم، یک زمان

ثابتی است و به اندازه مساله بستگی ندارد.

رشته ها :

مجموعه ای از کاراکترهای پشت سرهم . در زبان C طول رشته ذخیره نمی شود، ولی انتهای رشته با کاراکتر '\0' یا NULL مشخص می شود . (در زبان پاسکال طول رشته در خانه صفرم رشته ذخیره می شود) . در زبان C رشته به صورت یک آرایه تعریف می شود . اشاره گر به کاراکتر نیز نوعی رشته است .

به طور مثال به تعاریف زیر دقت کنید:

```
char s[80];
char * t ;
```

با توجه به اینکه در زبان C ، در انتهای رشته کاراکتر '\0' قرار می گیرد، تعریف اول یک رشته به طول حداکثر 79 کاراکتر را نشام می دهد. یعنی برای s یک فضای 80 بایتی در اختصاص داده شده است. اما تعریف دوم یک اشاره گر رشته ای را مشخص می کند. این اشاره گر می تواند به آدرس ابتدای یک رشته اشاره نماید. مثلاً می توانیم بنویسیم:

```
t = s;
```

با این کار اشاره گر t به آدرس ابتدای رشته s اشاره می کند.

*** عملیاتی که روی رشته ها می توان انجام داد :**

1- بدست آوردن طول رشته .

-
- 2- مقایسه دو رشته .
 - 3- چسباندن یک رشته به انتهای رشته دیگر .
 - 4- استخراج یک زیر رشته از یک رشته دیگر .
 - 5- پیدا کردن یک زیر رشته در یک رشته دیگر .
 - 6- درج یک رشته در یک رشته دیگر .
 - 7- پیدا کردن یک کاراکتر در یک رشته .
 - 8- معکوس کردن رشته .